

1. I numeri naturali

Scrivere il precedente e il successivo dei seguenti numeri:

1. Millecinquecentonovantacinque; ottomilasettecentoottantuno.
2. Diecimilionesettecentoottantunomilacinquecentoventi.
3. Zero; unmiliardosettecentomilionicinquecentomila.
4. Quanti sono i numeri naturali ?

2. Confronto degli interi naturali

Completare con i simboli " $>$ " o " $<$ " o " $=$ ", in modo da costituire un enunciato vero:

1. Mille ottocento; quindicimila quindicimilaedue.
2. Cento zero; seicento settecentocinquanta.
3. Quarantaseimilaottocento un milione.
4. Seicentocinquantadue Seicentocinquantadue.
5. Scrivere cinque numeri più grandi e, rispettivamente, più piccoli di un miliardosettecentomilacinquecentocinquanta.

3. Il sistema di numerazione decimale

1. Scrivere nel sistema di numerazione decimale i numeri degli esercizi dall'1 al 4 e dal 25 al 29.
2. Scrivere tutti i numeri naturali di tre cifre che si possono comporre con le cifre 1, 3, 8 e ciascuna di esse una volta per ogni numero.
3. Scrivere tutti i numeri naturali di tre cifre che si possono comporre con le cifre 1, 2, 5 e ciascuna di esse una volta per ogni numero, inoltre distinguere quali fra di essi è un numero primo.

Rispondere alle seguenti domande:

4. Quante sono le cifre del sistema decimale?

- Qual è il più piccolo numero che si può scrivere con due e, rispettivamente, tre cifre diverse tra loro?
- Qual è il più piccolo numero che si può scrivere con tre cifre uguali tra loro?

4. I numeri decimali

Scrivere in cifre i seguenti numeri:

- 6 unità e 8 decimillesimi; 8 decine e 11 centesimi.
- 3 centinaia e 15 millesimi; 13 unità e 4 millesimi.
- 5 unità e un milionesimo; un decimillesimo.
- Un decimo; un centesimo; un miliardesimo.

Disporre in ordine crescente i seguenti numeri:

- 0.1; 0.001; 0.5; 5.
- 7.8; 8; 7.88; 7.79; 7.888.
- 0.0001; 6.55; 1.01; 1.009.
- 800.11; 800.111; 799.9; 799.99.

5. Rappresentazione degli interi naturali su una semiretta

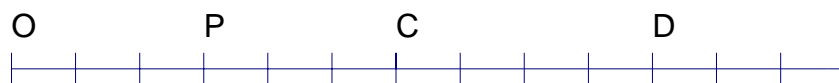
Fissata una semiretta di origine O e un'unità di misura per i segmenti \overline{u} rappresentare, descrivendo il procedimento, i seguenti numeri:

- 0; 3; 4; 5; 7; 8.
- 1; 2; 6; 9; 10; 16.
- 15; 11; 13; 14; 18.
- 13; 0; 4; 7; 12.
- 150; 181; 173; 65; 80.
- 18; 20; 1; 70; 50.

7. 100; 1000; 10000; 100000; 1000000.

8. 19; 22; 1; 78; 40. .

9. Indicare i numeri rappresentati dai punti indicati sulla semiretta rappresentata



6. Le Operazioni con i numeri interi naturali

Eseguire mentalmente le seguenti operazioni ricorrendo, se necessario alle proprietà formali (commutativa, associativa, distributiva).

1. $17+15+3+5$; $27+19+51$; $125+2+5+18$.

2. 45×15 ; 47×11 ; 580×18 ; 94×16 .

3. 17×24 ; 101×19 ; $17+24+3+6$.

4. $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$.

5. $1\times 2\times 3\times 4\times 5\times 6\times 7\times 8\times 9\times 10$.

Calcolare i seguenti quozienti generalizzati:

6. $15:7$; $154:21$; $23:5$; $1050:15$.

7. $891:13$; $740:9$; $0.151:0.7$; $115.4:0.0028$

8. Dopo aver fissato un'unità di misura, rappresentare i risultati dell'esercizio 6 sulla semiretta di origine O .

Osservando che a è minore di b se e solo se esiste un altro numero k naturale tale che $a+k=b$, determinare il valore di k nei seguenti casi:

9. $25 < 31$; $42 < 48$; $16 < 20$.

10. $781 < 1001$; $105891 < 248751$; $8914 < 9715$.

11. $4893720 < 489721$; $5872421 < 6872421$.

12. Calcolare la somma dei primi cento numeri naturali, eseguendo prima le somme indicate dalle frecce (applicando la proprietà associativa e commutativa).

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 96 + 97 + 98 + 99 + 100$$

Cosa osservi ?

Completare le seguenti uguaglianze:

13. $\frac{1}{8} = \frac{\dots}{1000}$; $\frac{3}{8} = \frac{9}{\dots}$; $5 = \frac{\dots}{3}$.

14. $\frac{1}{2} = \frac{\dots}{10}$; $\frac{7}{4} = \frac{\dots}{100}$; $\frac{1}{5} = \frac{\dots}{1000}$.

15. $\frac{1}{3} = \frac{\dots}{9}$; $\frac{1}{20} = \frac{\dots}{100}$; $\frac{7}{5} = \frac{70}{\dots}$.

16. $\frac{15}{7} = \frac{\dots}{700}$; $\frac{1}{6} = \frac{\dots}{48}$; $\frac{4}{3} = \frac{12}{\dots}$.

Indicare, dandone motivazione scritta, quali dei seguenti numeri hanno rappresentazione decimale finita o periodica:

17. $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{1}{9}$.

18. $\frac{2}{27}$; $\frac{7}{6}$; $\frac{11}{15}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{5}$.

19. $\frac{49}{130}$; $\frac{13}{30}$; $\frac{2}{11}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{5}{13}$.

20. $\frac{7}{4}$; $\frac{13}{15}$; $\frac{2}{99}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{1}{70}$.

$$21. \frac{33}{60}; \frac{19}{2}; \frac{2}{19}; \frac{31}{80}; \frac{81}{30}.$$

Scrivere la rappresentazione decimale dei seguenti numeri razionali:

$$22. \frac{5}{10}; \frac{19}{10}; \frac{1}{10}; \frac{3}{100}; \frac{81}{100}.$$

$$23. \frac{5}{100}; \frac{21}{10}; \frac{1}{100}; \frac{99}{1000}; \frac{5.4}{100}.$$

$$24. \frac{3.1}{100}; \frac{21}{1000}; \frac{0.1}{100}; \frac{91}{10000}; \frac{3.6}{100}.$$

$$25. \frac{1}{100000}; \frac{0.1}{10000}; \frac{0.3}{1000000}; \frac{8.6}{10000}; \frac{7}{100}.$$

Scrivere sotto forma di frazione i seguenti numeri decimali:

$$26. 0.1; 0.001; 0.0001.$$

$$27. 7.4; 3.001; 2.076; 0.003; 0.00023.$$

$$28. 0.0005; 0.0013; 1.000005; 0.010101; 19.3333.$$

$$29. 0.00081; 0.05; 2.4569; 0.0007; 81.409.$$

Rispondere alle seguenti domande e completare ove occorre:

30. Quali sono le operazioni che si possono effettuare con i numeri interi naturali?

31. Spiegare, con parole proprie il significato della "proprietà invariante".

32. Enunciare l'esercizio **10** sostituendo "minore di" con "maggiore di".

33. Dati due interi naturali il loro quoziente si dice *esatto* se

.....

34. Quante sono le frazioni uguali a $\frac{5}{6}$? Determinarne 5.

35. Un numero decimale si dice *periodico* se

7. Le frazioni generatrici

Determinare le frazioni generatrici dei seguenti numeri:

1. $0.\overline{16}$; $0.\overline{151}$; $4.\overline{7}$; $7.\overline{6}$.
2. $0.\overline{161}$; $5.\overline{811}$; $4.\overline{74}$; $0.\overline{05}$.
3. $0.\overline{42}$; $51.\overline{64}$; $5.\overline{43}$; $6.\overline{445}$.
4. $15.\overline{118}$; $8.\overline{61}$; $0.\overline{34}$; $0.0\overline{16}$.
5. $1.\overline{61}$; $72.\overline{421}$; $8.\overline{15}$; $7.\overline{64}$.
6. $0.0\overline{1}$; $0.\overline{3}$; $0.\overline{1}$; $0.0\overline{77}$.
7. $0.\overline{18}$; $3.\overline{191}$; $5.\overline{6172}$; $8.\overline{64}$.

8. Le operazioni con i numeri razionali assoluti

Una frazione si dice ridotta ai minimi termini, se numeratore e denominatore sono primi tra loro (cioè non hanno fattori in comune)

Ridurre ai minimi termini le seguenti frazioni:

1. $\frac{21}{14}$; $\frac{28}{12}$; $\frac{150}{15}$; $\frac{144}{24}$.
2. $\frac{550}{10}$; $\frac{81}{243}$; $\frac{159}{15}$; $\frac{16}{232}$.
3. $\frac{8}{60}$; $\frac{38}{24}$; $\frac{15780}{225}$; $\frac{168}{30}$.
4. $\frac{61}{11}$; $\frac{150}{33}$; $\frac{15850}{224}$; $\frac{182}{14}$.

5. $\frac{1}{3}; \frac{17}{13}; \frac{13}{5}; \frac{211}{22}$.

6. $\frac{14}{9}; \frac{7}{63}; \frac{121}{11}; \frac{194}{388}$.

7. In una classe di frazioni uguali, quante sono quelle ridotte ai minimi termini?

Ridurre a denominatore comune le seguenti frazioni:

8. $\frac{1}{3}; \frac{1}{5}; \frac{1}{27}$.

9. $\frac{11}{180}; \frac{25}{4}; \frac{16}{112}$.

10. $\frac{2}{3}; \frac{6}{5}; \frac{50}{6}$.

11. $\frac{8}{4}; \frac{2}{3}; 0.\bar{6}$.

12. $\frac{9}{10}; \frac{11}{100}; 1.\bar{11}$.

13. $\frac{0.1}{6}; \frac{21}{2}; \frac{15}{9}; \frac{13}{3}$.

14. $0.3; \frac{4}{5}; 0.0\bar{1}$.

Dopo aver ridotto, ove è necessario, le seguenti frazioni ai minimi termini, calcolarne la somma e la differenza:

15. $\frac{7}{5} + \frac{3}{5}; \frac{2}{8} + \frac{3}{8}; \frac{5}{6} + \frac{7}{6}$.

16. $\frac{1}{4} + 2 + \frac{3}{4} + 3$.

17. $\frac{21}{14} + \frac{345}{21}$; $\frac{16}{32} - \frac{74}{12}$; $\frac{50}{11} + \frac{16}{11}$.
18. $\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{5}\right) - \left(\frac{35}{81} + \frac{2}{9}\right)$.
19. $\frac{21}{14} + \frac{550}{4} - \frac{15}{2}$.
20. $\frac{5}{7} + \frac{5}{3}$; $\frac{4}{5} + \frac{3}{4}$.
21. $\frac{1}{12} + \frac{6}{18}$; $\frac{9}{4} - \frac{3}{2}$; $\frac{17}{7} - \frac{1}{3}$.
22. $\frac{7}{24} - \frac{3}{12} + \frac{5}{8}$; $7 + \frac{3}{2} - 1$.
23. $\frac{3}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{10}$; $1 - \frac{2}{5} + \frac{3}{8}$.
24. $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$; $\frac{1}{3} - 1 + \frac{1}{2}$.
25. $\frac{6}{5} + \frac{1}{4} - \frac{3}{2} - 1$; $\frac{4}{7} - \frac{1}{3} + \frac{6}{5}$.
26. $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{6}$; $\left(\frac{7}{4} - 1\right) + \frac{1}{5}$.
27. $\left(\frac{9}{10} + \frac{6}{8}\right) - \left(\frac{4}{5} + \frac{6}{8}\right)$; $3.\overline{12} + \frac{2}{3}$.
28. $\left(0.\overline{3} + \frac{9}{4} + \frac{6}{5}\right) - 2$; $0.\overline{3} + 0.\overline{2} + 0.\overline{9}$.
29. $\frac{25}{5} + \frac{7}{21} + \frac{9}{3}$; $0.\overline{2} + 0.\overline{33} + 0.\overline{612}$.
30. $0.\overline{05} + 0.088 + 9.\overline{7233}$; $0.\overline{4} + 0.0\overline{1} + 0.011$.
31. $(0.\overline{6} + 0.0\overline{9}) - (3.45 + 9)$; $3 + \frac{5}{2} + 6.2\overline{3}$.

Eseguire le seguenti moltiplicazioni e divisioni:

$$32. \frac{3}{4} \times \frac{5}{6}; \quad \frac{2}{3} \times \frac{7}{8}; \quad \frac{5}{8} \times \frac{5}{4}; \quad \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}; \quad \frac{5}{3} \times \frac{6}{7}.$$

$$33. 2 \times \frac{3}{4}; \quad \frac{52}{51} \times \frac{17}{3}; \quad \frac{20}{21} \times \frac{15}{40} \times \frac{1}{3} \times \frac{9}{5} \times 2.$$

$$34. \frac{3}{9} : \frac{4}{7}; \quad \frac{1}{2} : \frac{1}{4}; \quad \frac{5}{8} : \frac{5}{4}; \quad \frac{3}{2} : \frac{4}{12}; \quad \frac{5}{3} : \frac{6}{15}.$$

$$35. \frac{3}{11} : \frac{21}{7} \times 3; \quad \frac{5}{2} : \frac{1}{4} \times 5; \quad \frac{5}{25} : \frac{7}{4} \times \frac{3}{8}; \quad \frac{3}{2} \times \frac{4}{12} : \frac{25}{6}; \quad \frac{13}{3} : \frac{11}{15} \times \frac{4}{5}.$$

$$36. \frac{2}{5} : \frac{2}{7} \times 5; \quad \frac{5}{3} : \frac{6}{4} \times 3; \quad \frac{5}{12} : \frac{9}{4} \times \frac{1}{2}; \quad \frac{9}{2} \times \frac{4}{25} : \frac{25}{3} \times \frac{7}{3}.$$

$$37. \frac{3}{5} : \frac{2}{9} \times 5 : \frac{5}{6}; \quad \frac{5}{16} : \frac{7}{4} \times \frac{1}{2} \times 3; \quad \frac{5}{18} : \frac{2}{9} \times \frac{1}{15}; \quad \frac{9}{16} \times \frac{4}{31} : \frac{25}{6} \times \frac{7}{4}.$$

$$38. \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{6}}; \quad \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}}; \quad \frac{\frac{7}{5}}{\frac{4}{4}}; \quad \frac{\frac{16}{7}}{\frac{45}{49}}.$$

$$39. \frac{2}{3} : \frac{1}{5}; \quad 2 : \frac{1}{5} \times \frac{7}{8}.$$

$$40. \frac{7}{4} \times \frac{1}{3} : \frac{1}{2}; \quad 2 : \frac{1}{9} : \frac{1}{3}.$$

$$41. 0.\bar{4} \times 6 : 0.2; \quad \frac{0.0\bar{1}}{4} : \frac{1}{3} \times \frac{2}{0.03}.$$

$$42. 0.5 \times 0.6 : 0.9; \quad 0.0065 \times 69.3 : 7.\bar{33}.$$

$$43. \frac{4}{3.1} \times \frac{3.1}{0.4} : \frac{10}{4}; \quad \frac{0.033}{0.3} \times \frac{0.9}{0.09} : 0.0\bar{1}.$$

$$44. 3 \times 0.9 : 0.\bar{9} \times 8.1; \quad 44.0\bar{1} \times \frac{10}{6} : \frac{1}{0.06}.$$

45. $0.3\bar{3} \times 0.1:0.01$; $0.\bar{5} \times 0.\bar{3} \times 0.1$

46. Calcolare mentalmente il doppio e la metà di

$$2; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{2}; \frac{1}{10}; \frac{5}{2}; \frac{5}{4}.$$

47. Calcolare mentalmente il triplo ed un terzo di

$$3; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{1}{6}; \frac{1}{9}; \frac{5}{12}.$$

48. Calcolare mentalmente la decima parte dei seguenti numeri:

$$5; \frac{1}{3}; \frac{2}{5}; \frac{10}{7}.$$

Sistemare in ordine crescente, facendo uso del simbolo $<$, i seguenti gruppi di numeri:

49. $0.1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{5}{8}; \frac{7}{5}.$

50. $0.99; \frac{1}{10}; \frac{1}{90}; \frac{18}{25}.$

51. $0.1; \frac{1}{30}; \frac{45}{20}; \frac{7}{8}.$

Completare con " $<$ " o " $>$ " in modo che l'enunciato sia corretto.

52. $\frac{7}{8} \dots \frac{4}{3}; \frac{1}{8} \dots 1; \frac{5}{16} \dots \frac{7}{3}; \frac{16}{2} \dots \frac{32}{4}.$

53. $\frac{101}{100} \dots \frac{1005}{2008}; \frac{751}{872} \dots \frac{752}{873}; \frac{45}{80} \dots \frac{50}{90}; \frac{48}{6} \dots 8.$

54. $\frac{415}{100} \dots \frac{71}{10}; \frac{99}{60} \dots \frac{58}{20}; \frac{64}{32} \dots \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right).$

55. $\left(\frac{6}{5} - \frac{3}{2}\right) \dots 9; \left(\frac{68}{3} - \frac{80}{6}\right) \dots \frac{28}{3}.$

Completare le seguenti affermazioni:

56. $a = a$ indica la proprietà
57. $a = b \Rightarrow b = a$ indica la proprietà
58. $a + 0 = a = 0 + a$ indica la proprietà
59. $a - b = (a + m) - (b + m)$; $a - b = (a - n) - (b - n)$ indicano le proprietà

9. Proprietà delle operazioni con i numeri razionali assoluti

Quale delle proprietà delle operazioni con i numeri razionali assoluti è illustrata nei seguenti enunciati ?

1. $\frac{5}{4} + 0 = \frac{5}{4}$; $\frac{1}{8} \times 1 = \frac{1}{8}$.
2. $\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{4}{7} \times \frac{3}{5}$; $5 \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = 5 \times \frac{1}{2} + 5 \times \frac{1}{3}$.
3. $(7 - 2) : 3 = 7 : 3 - 2 : 3$; $\frac{1}{5} \times \left(\frac{7}{8} - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{5} \times \frac{7}{8} - \frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$.
4. $(7 - 4) : 2 = 7 : 5 - 2 : 3$; $\frac{1}{7} \times \left(\frac{6}{5} - \frac{2}{5}\right) = \frac{1}{6} \times \frac{7}{4} - \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$.
5. Illustrare con un esempio le proprietà delle operazioni che non sono contenute negli esercizi precedenti.

Individuare quale proprietà giustifica le seguenti implicazioni:

6. $\frac{3}{5} < 1$ implica $\frac{21}{5} < 7$; $\frac{3}{5} < 1$ implica $\frac{3}{5} + \frac{1}{4} < 1 + \frac{1}{4}$.
7. $1 > 0.5$, $0.5 > 0.1$ implica $1 > 0.1$.
8. $\frac{4}{3} > \frac{3}{5}$ implica $\frac{1}{3} > \frac{3}{20}$.

10. Elevamento a potenza

Calcolare il valore delle seguenti potenze:

1. $\left(\frac{5}{2}\right)^3$; $\left(\frac{2}{3}\right)^2$; $\left(\frac{7}{5}\right)^3$; $\left(\frac{1}{4}\right)^3$.

2. $\left(\frac{1}{5}\right)^0$; $\left(\frac{2}{5}\right)^2$; $\left(\frac{3}{2}\right)^1$; $\left(\frac{1}{6}\right)^1$.

3. $\left(\frac{1}{13}\right)^1$; $\left(\frac{2}{9}\right)^3$; $\left(\frac{5}{4}\right)^1$; $\left(\frac{1}{16}\right)^0$.

4. $\left(1-\frac{1}{10}\right)^1$; $\left(2+\frac{1}{100}\right)^2$; $(0.01+0.001)^1$; $\left(\frac{1}{10}\right)^3$.

5. $\left(1-\frac{5}{4}\right)^2$; $\left(3-\frac{6}{7}\right)^2$; $\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{8}\right)^2$; $\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{2}\right)^3$.

6. $(0.\bar{7})^3$; $(0.9\bar{1})^2$; $(0.\bar{3})^3$; $(0.0\bar{5})^3$.

Quale proprietà delle potenze giustifica le seguenti uguaglianze?

7. $(2^2)^3 = 2^6$; $\left(\frac{5}{4}\right)^3 = 5^3 : 4^3$; $\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2$.

8. $\left(\frac{7}{5} : \frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{7}{5}\right)^3 : \left(\frac{1}{2}\right)^3$; $\left(\frac{1}{4}\right)^5 : \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \left(\frac{1}{4}\right)^2$.

9. $\left(\frac{5}{4}\right)^7 : \left(\frac{5}{4}\right)^4 = \left(\frac{5}{4}\right)^3$; $\left(\frac{1}{2}\right)^5 : \left(\frac{1}{2}\right)^5 = 1$.

10. $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^5 \times \left(\frac{1}{3}\right)^8\right] : \left(\frac{1}{3}\right)^6 = \left(\frac{1}{3}\right)^9$.

$$11. \left[\left(\frac{9}{5} \right)^2 \times \left(\frac{9}{5} \right)^3 \times \left(\frac{9}{5} \right)^3 \right]^4 = \left(\frac{9}{5} \right)^{32}.$$

Scrivere in forma estesa ed abbreviata utilizzando le potenze del 10 i seguenti numeri:

12. Il volume della Terra è 1 sestilione e 87 quinquilioni di m^3 circa.

13. La massa della Terra è circa 5 settilioni e 980 sestilioni di kg .

14. Un anno luce (distanza che la luce percorre in un anno viaggiando ad una velocità di circa 300000 km al secondo) equivale a circa 9 trilioni e 460 miliardi.

15. Si calcola che il numero di " pezzi " del corpo umano sia diecimila milioni.

16. Dite come è composto il numero $10^{66} - 1$, quando è scritto in cifre.

Calcolare il valore delle seguenti espressioni:

$$17. 1 - \frac{1}{5} : \left\{ \frac{1}{2} : \left[\frac{1}{7} \times \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{16} : \frac{5}{4} \right) \right] - 1 \right\}. \quad \left[\frac{4}{5} \right]$$

$$18. \frac{5}{4} \times \left[\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) \times \left(\frac{3}{4} + \frac{7}{12} + 2 \right) + \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \right] : \frac{1}{2}. \quad [2]$$

$$19. \frac{14}{15} : \left[\left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} - \frac{1}{2} \right) : \frac{3}{4} + \frac{5}{12} \right] : \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{25} \right) : 10. \quad [1]$$

$$20. \left\{ \left[\left(\frac{5}{7} \times \frac{4}{5} - \frac{1}{2} \right) : \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right] : \left(1 - \frac{2}{7} \right)^2 \times \frac{21}{50} \right\} : \left(1 + \frac{2}{5} \right)^2 \times 2. \quad \left[\frac{3}{5} \right]$$

$$21. \left\{ \left[\left(\frac{5}{3} \right)^4 : \left(\frac{10}{9} \right)^4 \right]^2 : \left[\left(1 + \frac{1}{2} \right)^5 \times \left(2 - \frac{1}{2} \right) \right] - \frac{3}{2^2} \right\} : \frac{3}{2}. \quad [1]$$

$$22. \left[\frac{\left(3 - \frac{2}{5}\right)\left(2 - \frac{7}{13}\right)}{7 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} : \left(\frac{6 + \frac{5}{2^3} : 5}{\frac{1}{7} + \frac{1}{4}} \times \frac{11}{7} - 1 \right) \right] : \frac{1}{3 \times 2^4 - 1} \times 5. \quad [8]$$

$$23. \left(1 - \frac{2}{3}\right)^4 : \frac{\left(\frac{5}{9} \times \frac{3}{2} - \frac{1}{4}\right) : \frac{7}{10} - \frac{3}{4}}{\left(\frac{13}{10} - \frac{7}{15}\right)^2 : \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{9}\right)} + \frac{5}{3} : \frac{45}{7} \times 9 + \frac{1}{2}. \quad \left[\frac{163}{54} \right]$$

$$24. \left\{ \left[2.\bar{3} - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) : 2.5 \right] : \left(5 - 1.\bar{16} + \frac{1}{3} \right) \right\} : 0.\bar{63} + \frac{1}{15}.$$

$$25. \frac{1 - (0.4\bar{16})^2}{(1 - 0.4\bar{16})^2} : \frac{1 : 0.\bar{03} + 1}{1 : 0.5 + 1} \times \frac{1}{3}. \quad \left[\frac{1402}{80631} \right]$$

$$26. \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{7} - \frac{5}{9} : \frac{25}{18} \right) : \frac{17}{35} + \frac{5}{3} - \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{9} \right) \quad \left[\frac{35}{18} \right]$$

$$27. \left\{ \frac{5}{12} + \frac{1}{3} \times \left(\frac{3}{2} \right)^2 + 1 \right\} : \left\{ \frac{3}{10} : \frac{1}{2} + \left(1 - \frac{1}{5} \right)^2 - \left(\frac{1}{5} \right)^2 \times \frac{12}{5} \times 0.\bar{3} \right\}. \quad \left[\frac{1625}{906} \right]$$

$$28. \left[\frac{7}{5} + \left(2 - \frac{53}{30} \right)^2 - \frac{101}{100} \right] : \left[4 - \frac{99}{49} - \left(2 - \frac{5}{7} \right)^2 \right]. \quad \left[\frac{49}{36} \right]$$

$$29. \frac{3 - \frac{12}{5} + 9}{\frac{3}{2} \times \left(3 - \frac{3}{5}\right)} : \frac{\left[(2^2)^3\right]^3}{\frac{8^6}{36} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2}. \quad \left[\frac{1}{486}\right]$$

$$30. \left[\left(2 + \frac{1}{4} - \frac{5}{3}\right)^2 : \frac{7}{6} + \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{3}\right)^2 \times \frac{6}{5}\right] : \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{1}{9}. \quad \left[\frac{31}{45}\right]$$

$$31. \left\{ \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^3 \right] \times \left(6 - \frac{6}{5}\right) \right\} : \frac{2}{3} - \frac{7}{6} + 1. \quad [0]$$

$$32. \frac{8 - 1.\bar{3} \times 6}{\left(\frac{4}{3} - 1\right)^3 \times \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{3} + \frac{4}{5}\right)^3} + \frac{\left[(1.3 - 1:0.\bar{3}) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{3}\right] \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \times (1.3 + 0.2 : 0.\bar{3}) - 1.\bar{3}}. \quad \left[-\frac{13}{6}\right]$$

$$33. \frac{\frac{1}{\left(1 + \frac{10}{3} - \frac{18}{13}\right)} + 1}{2 - \frac{4}{\left(2 - \frac{6}{39} - \frac{4}{13}\right)}} + \frac{3 + \frac{3}{\left(3 - \frac{4}{3} - 1\right)}}{\frac{3}{3 + \frac{1}{3}} + 6} + \frac{1 + \frac{1}{\left(\frac{19}{7} - \frac{22}{14}\right)}}{\frac{1}{1 + \frac{1}{7}} + 2} + \frac{\frac{1}{1 + \frac{3}{2}}}{1 - \frac{6}{5}}. \quad \left[\frac{5}{69}\right]$$

$$34. \frac{\left(3 - \frac{5}{3}\right) : \left(\frac{7}{3} - 0.\bar{1}\right)}{\left(1 - \frac{3}{5}\right)} \times \frac{\left(\frac{17}{36} - 0.\bar{2}\right) : \left(\frac{5}{4} - \frac{7}{8}\right) \left(\frac{14}{50}\right)}{\left(\frac{4}{5} - \frac{2}{10} - \frac{1}{25}\right)} : \frac{(6 - 0.\bar{6}) \times \frac{3}{4}}{\left(\frac{4}{5} - \frac{6}{8}\right) \times \frac{1}{0.2}}. \quad \left[\frac{1}{8}\right]$$

$$35. \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^3 : \frac{1}{9} + \left(1 - \frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{1}{8}\right)^2 : \left[\left(\frac{1}{4}\right)^2\right]^6 - 8^2 + 1} + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^5 : \left(\frac{1}{3}\right)^5}{\left(2 - \frac{1}{2}\right)}. \quad [2]$$

11. Estrazione di radice

Calcolare il valore delle seguenti radici:

5. $\sqrt{4}$; $\sqrt{64}$; $\sqrt{1}$; $\sqrt{121}$; $\sqrt[3]{1000}$; $\sqrt{\frac{1}{16}}$.

6. $\sqrt{\frac{1}{64}}$; $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$; $\sqrt[4]{\frac{81}{16}}$; $\sqrt[5]{32}$; $\sqrt[10]{10^{10}}$.

7. Qual è il lato del quadrato la cui area misura cm 324?

8. Qual è lo spigolo di un cubo il cui volume misura $1000 m^3$.

12. Rappresentazione grafica dei numeri razionali assoluti

Rappresentare graficamente, dandone spiegazione scritta, i seguenti numeri razionali:

1. $\frac{1}{2}$; $\frac{7}{4}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{7}{2}$.

2. $\frac{7}{8}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{9}{5}$; $\frac{2}{3}$; 0.8.

3. 0.3; 5.9; $\frac{4}{15}$; $\frac{7}{3}$; 0.7.

4. 0.5; 4.8; $\frac{15}{21}$; $\frac{7}{9}$; 5.6.

5. 0.12; 6.8; $\frac{1}{3}$; $\frac{16}{31}$; $\frac{5}{3}$.

13. I numeri relativi

1. A cosa servono i numeri relativi? Descrivere almeno tre situazioni, che hanno bisogno di numeri con segno per essere formalizzate.

Indicare quali dei seguenti sono numeri interi relativi:

2. $-1; -\frac{1}{2}; +3; +\frac{4}{5}; 7.$

3. $-15; -\frac{101}{25}; +\frac{25}{4}; +\frac{8}{59}; 6.$

4. $-100; 0.001; +\frac{1}{4}; +\frac{7}{60}; -10.$

5. $-1; -0.51; +\frac{1}{2}; +0.007; 0.0\bar{1}.$

6. Scrivere tre coppie di numeri relativi concordi.

7. Scrivere tre coppie di numeri relativi discordi.

8. Scrivere tre coppie di numeri relativi opposti.

Rispondere alle seguenti domande e completare ove occorre:

9. Perché si ha la necessità di introdurre i *numeri relativi*?

10. Da quale segno è preceduto lo *zero*?

11. I numeri preceduti dal segno " + " si dicono, quelli preceduti dal segno " - " si dicono

14. L'opposto e il valore assoluto

Scrivere l'opposto ed il valore assoluto dei seguenti numeri:

1. $2; -0.5; 7; +100; -100; 21; +\frac{4}{5}.$

2. $-5; -1000; \frac{8}{3}; -\frac{7}{8}; -\frac{15}{21}; -\frac{14}{3}.$

3. $-0.\bar{8}; -0.\bar{1}; \frac{14}{15}; -\frac{4}{5}; -\frac{1}{13}; -1.$

4. $0; -0.72\bar{1}; \frac{11}{14}; -\frac{1}{5}; -\frac{5}{6}; 1.$

15. Rappresentazione grafica dei numeri razionali su una retta

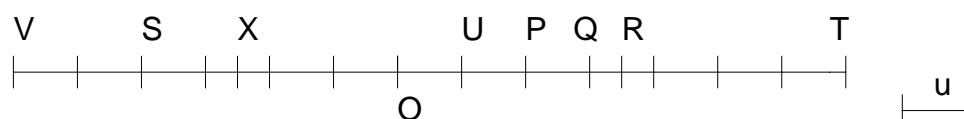
Rappresentare graficamente, dandone spiegazione scritta, i seguenti numeri:

1. $-1; 0; 0.5; -0.5; -\frac{4}{5}; -\frac{7}{8}; -\frac{1}{5}$.

2. $-4; -2.5; 2.5; -10; +10; 10$.

3. $-3; -\frac{1}{2}; \frac{8}{9}; -\frac{8}{9}; -\frac{1}{4}; -\frac{6}{4}; +15$.

4. Indicare i numeri che corrispondono ai punti indicati nella seguente figura:



16. Confronto di numeri relativi

Scrivere in ordine crescente i seguenti numeri:

1. $-1; 0; -0.5; 0.5; -\frac{4}{5}; -\frac{7}{8}; -4$.

2. $-100.5; -99; -110; -0.01; -0.1; 7; 100$.

3. $-\frac{4}{5}; -\frac{109}{180}; -\frac{720}{432}; -1000; -0.5; 0.1; 0.6$.

4. $\frac{1}{9}; -0.3; -1; -5; 1; \frac{1}{2}; \frac{4}{7}$.

5. $5; -4; -0.01; -0.3; \frac{1}{5}; 6$.

Individuare la proprietà dei numeri razionali che giustifica i seguenti enunciati:

6. $\frac{3}{5} < 5$ implica $(\Rightarrow) \frac{3}{5} + 2 < 5 + 2$.

7. Scrivere un numero relativo compreso fra 0 e 5 (cioè maggiore di 0 e minore di 5), uno fra -3 e 3 e compreso fra $0.\bar{1}$ e $\frac{1}{6}$.
8. Scrivete l'insieme formato da 6 numeri relativi maggiori di $-\frac{13}{3}$.
9. Indicare in quali delle seguenti coppie $\left(-\frac{27}{6}, -\frac{21}{6}\right)$, $(-3, 3)$, $\left(5, \frac{33}{6}\right)$ sono contenuti i numeri razionali : -4 ; -3.8 ; -2 ; 0 ; 5.1 ; $-\frac{15}{4}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{16}$; $\frac{27}{5}$; 4 ; $\frac{47}{9}$.
10. $-1 > -2 \Rightarrow 5 < 10$.
11. $-3 < -2 \Rightarrow 3 > 2$.
12. $5 < 7 \Rightarrow -10 > -14$.

17. Le operazioni con i numeri relativi

Eeguire le seguenti addizioni:

1. $(-4) + (+3)$; $(+6) + (+2)$; $(-5) + (-1)$; $(-6) + (+6)$.
2. $(-4) + (+2)$; $(+1) + (-2)$; $(-9) + (-4)$; $(-7) + (-7)$.
3. $(-5) + (-3)$; $(+5) + (-1)$; $(-2) + (+1)$; $(-3) + (+3)$.
4. $(-3) + \left(+\frac{3}{4}\right)$; $\left(+\frac{1}{5}\right) + (+6)$; $\left(-\frac{11}{2}\right) + (-1)$; $\left(-\frac{2}{3}\right) + \left(+\frac{4}{7}\right)$.
5. $(-7) + \left(-\frac{5}{3}\right)$; $\left(+\frac{1}{3}\right) + (-2)$; $\left(-\frac{1}{3}\right) + (-1) + \left(-\frac{2}{5}\right) + \left(+\frac{2}{7}\right)$.
6. $\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(+\frac{1}{5}\right) + (-3) + \left(-\frac{1}{7}\right) + (-3)$.
7. $\left[\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{5}{6}\right)\right] + (-1)$.

Eeguire le seguenti sottrazioni:

8. $(-4) - (+3)$; $(+7) - (+3)$; $(-5) - (-1)$; $(-8) - (+6)$.
 9. $(-6) - (+5)$; $(+9) - (-6)$; $(-8) - (-4)$; $(-6) - (+2)$.
 10. $(-5) - (+2)$; $(-4) - (+4)$; $(-6) - (-2)$; $(-2) - (+5)$.
 11. $\left(-\frac{1}{2}\right) - (+2)$; $\left(+\frac{1}{5}\right) - (+2)$; $\left(-\frac{2}{5}\right) - \left(-\frac{4}{7}\right)$; $(-8) - \left(+\frac{2}{5}\right)$.
 12. $\left(-\frac{6}{5}\right) - \left(-\frac{1}{3}\right)$; $\left(+\frac{3}{4}\right) - \left(+\frac{5}{4}\right)$; $\left(-\frac{1}{10}\right) - \left(-\frac{5}{8}\right)$; $\left(-\frac{1}{6}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right)$.

Calcolare il valore delle seguenti espressioni algebriche:

13. $(-6) - (+5) - (+9) - (+6) + (-8) - (-3) - (-7) - (+2)$.

14. $-0.01 + \left[\frac{1}{8} - 0.0\bar{1} + \left(-2 + \frac{1}{3}\right)\right] - 3.\bar{4}$.

15. $9 + \frac{8}{3} - \left\{4 + \frac{1}{2} - \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{7}{6} - \frac{1}{5}\right) + \left(1 - \frac{3}{5}\right)\right] - 1\right\}$. [79]
[10]

16. $-\frac{6}{5} - \left\{\frac{113}{15} + \left[-\left(\frac{7}{5} + 4\right) + \left(1 - \frac{2}{3}\right) - \left(\frac{11}{2} - \frac{8}{5} - 1\right)\right]\right\}$.
[1]
[6]

17. $6 + (4 + 0.\bar{1}) - \frac{60.\bar{5}}{5} - \frac{1}{2} + \left[-\frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{3}\right) + 3\right] - \frac{7}{15}$. [0]

18. $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{2} + 3\right) - \left[\left(4 - \frac{1}{2}\right) - \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{6} - 1\right)\right]$ [29]
[30]

19. $\left(\frac{5}{4} - \frac{1}{2}\right) - \left[\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{12}{5} + \frac{1}{6}\right) + \left(-3 - \frac{1}{4}\right)\right] + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{12}\right) - \frac{8}{5}$ [1]
[4]

$$20. \left\{ 1 - \left[\frac{3}{2} + \frac{2}{3} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{2} + 5 \right) \right] \right\} - \left(-\frac{1}{2} + 1.2 \right) \quad \left[\frac{37}{12} \right]$$

$$21. \left(\frac{12}{11} - \frac{2}{3} \right) - \left\{ \left[\left(-\frac{1}{3} + \frac{6}{5} + \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{2} \right) - \frac{9}{33} \right] + \left[\left(\frac{5}{12} + \frac{2}{3} \right) - \frac{3}{5} \right] \right\} + \left(1 - \frac{2}{5} \right) \quad \left[\frac{1}{33} \right]$$

Eeguire le seguenti moltiplicazioni, ricordando che, molto spesso il simbolo " \times " sar  sostituito con " \cdot " o semplicemente sar  abolito.

$$22. (-2) \times (-3); \quad \left(-\frac{4}{3} \right) \times \left(+\frac{5}{3} \right); \quad \left(-\frac{4}{5} \right) \times \left(-\frac{5}{2} \right) \times \left(-\frac{1}{3} \right).$$

$$23. (-5) \times (-7); \quad \left(-\frac{4}{7} \right) \times (+3); \quad \left(-\frac{1}{6} \right) \times \left(-\frac{3}{2} \right) \times (-9).$$

$$24. (-5) \times (+2); \quad \left(-\frac{1}{10} \right) \times (-10); \quad (+10) \times (0.01).$$

$$25. [+3 + 2 \times (-4) + 4 \times (-2)] \times (-3) \quad [39]$$

$$26. (-2 \times (-4) + 5 \times (-2)) \times (-3 + 2 \times (-7)). \quad [+34]$$

$$27. \left(-\frac{2}{3} + \frac{1}{2} \times (-2) \right) \times \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5} - 3 \right) \quad \left[\frac{10}{3} \right]$$

$$28. (0.\bar{6})(0.\bar{3})(-3)\left(\frac{9}{7}\right); \quad (0.0\bar{3})\left(\frac{3}{5}\right)(0.2) \quad +\left(1 - \frac{2}{5}\right)$$

$$29. \left(-\frac{17}{15} \right) \left(\frac{37}{21} \right) \left(\frac{7}{5} \right); \quad (0.2)(-5.6)(4.75)(0.\bar{1})$$

$$30. \frac{3}{2} + \left[\left(2 + \frac{1}{2} \right) \left(\frac{18}{15} \right) - \left(\frac{21}{2} \right) \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7} \right) \right] \left(1 + \frac{3}{2} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) - \frac{5}{12} - \frac{1}{2} \quad [1]$$

Eeguire le seguenti divisioni:

$$31. (-1):(-4); \quad (+6):(+2); \quad (-8):(-3).$$

$$32. (-5):(0); (0):(+ 2); (-10):(+ 5).$$

$$33. \left(-\frac{2}{3}\right):\left(\frac{5}{4}\right); (-5):\left(+\frac{2}{5}\right); \left(-\frac{3}{4}\right):(+ 2).$$

$$34. \left(1-\frac{2}{3}\right):\left(4+\frac{5}{4}\right); \left(0-\frac{3}{4}\right):\left(1-\frac{2}{5}\right).$$

$$35. \left[\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{4}\right)\right]:\left[-\left(\frac{2}{5}\right)\times(-10)\right].$$

$$36. \left[\left(-\frac{2}{7}\right)\times\left(-\frac{49}{12}\right)\right]:\left[-\left(\frac{7}{5}\right)\times(-10)\right].$$

Calcolare il valore delle seguenti espressioni algebriche:

$$37. \left(\frac{5}{11}-\frac{7}{22}+\frac{3}{4}-\frac{5}{2}\right):\left(-\frac{71}{44}\right)\times\frac{1}{2}. \quad \left[\frac{1}{2}\right]$$

$$38. \left[1-\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}-1\right)\right]\left(1-\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{5}-1\right):\frac{5}{4} \quad \left[-\frac{16}{25}\right]$$

$$39. \left\{\left(2-\frac{1}{4}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)\left(+\frac{4}{9}\right)+\left[-\frac{2}{3}-\left(-\frac{1}{3}\right)\right]\left[-\frac{2}{3}\right]\right\}\frac{6}{5}:\frac{1}{2} \quad \left[-\frac{32}{45}\right]$$

$$40. (-1)\left[\left(\frac{5}{24}-\frac{7}{12}+\frac{3}{4}\right):\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)\right]-\frac{3}{8}. \quad \left[-\frac{3}{4}\right]$$

$$41. \left[\frac{5}{1+\frac{5}{2}}-\frac{3}{1-\frac{5}{2}}+\frac{10\left(\frac{5}{4}+1\right)}{1-\frac{25}{4}}\right]:\frac{9}{-3}+\frac{1}{4} \quad \left[\frac{9}{4}\right]$$

$$42. 0.2\left[\left(1+0.\bar{3}\right):\frac{5}{4}-\frac{1}{6}:3\right]:5.\bar{8}.$$

$$43. \frac{1}{5}\left[-1+\left(\frac{1}{4}-3\right):\frac{7}{8}\right]+1. \quad \left[\frac{6}{35}\right]$$

$$44. 4.9 - \left[\frac{1}{5} - \frac{1}{3} \times \left(-1 + \frac{1}{5} \right) : 3 \right] \times \frac{1}{2}. \quad \left[\frac{214}{45} \right]$$

$$45. \left(-\frac{1}{2} - 3 \right) : \left(+\frac{1}{4} + 5 \right) + \left[\left(-\frac{4}{3} + \frac{1}{9} \right) : \left(-\frac{1}{2} - 5 \right) - \frac{3}{4} \right] : \left(-1 + \frac{2}{3} \right). \quad \left[\frac{11}{12} \right]$$

$$46. \left[-\frac{3}{5} + \left(-\frac{1}{2} + \frac{5}{4} \right) : \left(-\frac{27}{8} \right) \right] \cdot \left(-1 + \frac{2}{7} \right) + \left(-\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{12} \right) : \left(-\frac{7}{5} \right). \quad \left[\frac{37}{63} \right]$$

$$47. \left[-3 \cdot \left(-1 + \frac{5}{8} \right) + \frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{4}{3} - 2 \right) \right] : \left(-3 + \frac{47}{16} \right) + \left(\frac{3}{7} + \frac{2}{5} \right) : \left(-\frac{1}{35} \right) - \frac{1}{2} \quad \left[-\frac{15}{2} \right]$$

$$48. 1 - \left\{ \frac{1}{2} : \left[-3 + \left(\frac{1}{4} - 2 \right) : \frac{1}{8} \right] : \frac{1}{7} \right\} \times \frac{1}{2}. \quad \left[\frac{75}{68} \right]$$

$$49. \frac{1}{5} - \left[-\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{5} - 1 \right) : \frac{4}{3} - 3 \right] : 5. \quad \left[\frac{19}{25} \right]$$

$$50. -1 + \left[\frac{1}{2} : (-2) \times \left(-\frac{1}{6} - \frac{1}{3} \right) \right] : \frac{1}{7}. \quad \left[-\frac{1}{8} \right]$$

$$51. \left(\frac{9}{8} + \frac{1}{4} \right) \left\{ \left[-1 + \frac{5}{6} + \left(\frac{3}{10} + 0.01 \right) \right] \left[\frac{9}{4} - \left(1 - \frac{2}{3} \right) \right] \right\} : 4.73. \quad \left[\frac{23}{288} \right]$$

$$52. (-0.3 + 1.2) : \left(-\frac{1}{3} \right) + \frac{2}{5} : \left[0.1 - \frac{1}{2} + \left(\frac{5}{4} - \frac{3}{2} \right) : \left(-\frac{1}{4} \right) \right]. \quad [-2]$$

$$53. \left\{ \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \left[\frac{5}{3} - \frac{2}{3} \left(\frac{10}{6} + 0.6 \right) \right] : 1.3 \right\} \left(-1 + \frac{31}{58} \right). \quad \left[-\frac{557}{754} \right]$$

$$54. \left[3.6 - \frac{13}{5} \left(\frac{7}{13} + \frac{1}{26} \right) \right] \left(-\frac{5}{21} + \frac{25}{126} \right) + \frac{1}{12} : \left[\frac{2}{3} - \left(\frac{1}{3} : 0.25 - \frac{6}{5} \right) \right] \cdot \left[-\frac{3}{32} \right]$$

$$55. -2 + \left(\frac{1}{2} \right) \left\{ \left(1 + \frac{43}{2} \right) \cdot \left(-\frac{8}{9} + 1 - 0.\bar{3} \right) - \left[\left(\frac{1}{3} + \frac{5}{6} \right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{8} \right) \right] \left(-1 - \frac{34}{14} \right) \right\}.$$

$$\left[-\frac{23}{7}\right]$$

$$56. -\frac{9}{5} \left\{ \left[1 - \left(-\frac{53}{20} - \frac{5}{12} \right) + \frac{3}{5} \left[\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{16} \right) \left(8 - \frac{8}{3} \right) \right] + \left(2 + \frac{13}{18} \right) \right] \left(-\frac{1}{7} \right) \left(\frac{14}{13} - 1 \right) \right\}$$
$$\left[\frac{1}{6} \right]$$

$$57. \left\{ \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) \left(-\frac{2}{5} + \frac{5}{2} \right) : \left(\frac{4}{3} + \frac{7}{2} \right) \right] : \frac{21}{20} + \left(1 + \frac{1}{4} \right) \right\} \left(-\frac{29}{133} \right).$$
$$\left[-\frac{1}{4} \right]$$

$$58. \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{12} \right) \left(-\frac{3}{8} - \frac{7}{24} + \frac{2}{3} \right) + \left(\frac{1}{6} + \frac{19}{12} \right) \left(-\frac{10}{21} + \frac{1}{3} \right).$$
$$\left[-\frac{1}{4} \right]$$

$$59. \left[\frac{5}{2} \left(-\frac{3}{4} \right) + \frac{4}{3} \right] \left(\frac{48}{39} \right) + \left(\frac{1}{12} \right) \left[\frac{6}{5} + \left(-\frac{3}{2} \right) \left(-\frac{1}{5} \right) \right]$$
$$\left[-\frac{13}{24} \right]$$

$$60. \left[\left(\frac{5}{7} - \frac{1}{3} \right) \left(\frac{25}{8} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{7}{33} \right) \left(\frac{5}{2} - \frac{2}{3} \right) \right] \left(1 - \frac{1}{2} \right).$$
$$[1]$$

Calcolare il valore delle seguenti potenze:

$$61. (-2)^2; (-2)^{-2}; \left(\frac{7}{4} \right)^{-1}; \left(\frac{1}{3} \right)^{-3}; \left(\frac{1}{5} \right)^{-3}.$$

$$62. (-3)^3; (-5)^{-3}; \left(\frac{1}{8} \right)^{-2}; \left(\frac{7}{8} \right)^0; \left(\frac{5}{4} \right)^{-3}.$$

$$63. (-7)^1; (-5)^{-2}; \left(\frac{1}{4} \right)^{-2}; \left(\frac{5}{6} \right)^{-2}; \left(\frac{3^4}{3^2} \right).$$

$$64. (0.2)^{-2}; (-0.4)^{-3}; \left(\frac{6^5}{6^4} \right)^{-2}; (0.\bar{3})^0; \left(\frac{9^9}{9^7} \right).$$

Scrivere in forma abbreviata i seguenti numeri:

$$65. 0.000000000000282 \text{ cm (raggio dell'elettrone)}.$$

66. 0.000000000000 cm (lunghezza d'onda dei raggi cosmici).

67. 0.000000001 cm (dimensione di un virus).

Utilizzando le proprietà delle potenze, scrivere le seguenti espressioni nella forma più semplice, ma con esponente positivo:

68. $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^7$; $\left(\frac{1}{2}\right)^8 : \left(\frac{1}{2}\right)^6$.

69. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \left(\frac{1}{7}\right)^{-3}$; $\left(\frac{1}{7}\right)^{-1} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

70. $3^{-5} \times 3^{-3}$; $5^{15} : 5^{-4}$.

71. $\left[\left(\frac{5}{6}\right)^7\right]^{-3}$; $\left\{\left[\left(-\frac{1}{4}\right)^{-2}\right]^{-3}\right\}^1$.

72. $\left(\frac{3}{5}\right)^{-7} : \left(\frac{5}{3}\right)^4$; $\left[\left(\frac{4}{3}\right)^4\right]^{-2}$.

Trovare il valore dell'intero n che rende vere le seguenti uguaglianze:

73. $2^n = 32$; $n^2 = 36$; $n^3 = 27$.

74. $2^n \cdot 2^7 = 2^5$; $2^8 : 2^n = 64$; $2^n = 4^5$.

75. $2^n : 2^7 = 8$; $(2+n)^2 = 2^2 + n^2$; $(2)^n = \frac{1}{2}$.

76. $2^{-n} : 2^4 = 8$; $(2+n)^2 = -2 + n^3$; $(2)^n = \frac{1}{8}$.

77. Se $b < 0$ e $d > 0$, è vero che $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ se e solo se $ad > bc$?

78. Se $b < 0$ e $d < 0$, è vero che $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ se e solo se $ad > bc$?

Giustificare la risposta.

Calcolare il valore delle seguenti espressioni:

$$79. 1 + \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{3}\right)^3 : \left\{ \left[\frac{3}{5} \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 \right] : \left(-\frac{2}{5}\right) \right\} \quad [2]$$

$$80. \frac{2}{5} + (-3)^{-2} : \frac{1}{4} + \left[\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right) : \left(\frac{3}{4}\right)^3 \right] : \frac{1}{5}. \quad \left[-\frac{122}{45} \right]$$

$$81. \left[\frac{1}{4} \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right)^{-2} + 0.1 : 0.001 - \frac{7}{8} \cdot \frac{4}{5} \right] : \frac{5}{2}. \quad \left[\frac{1087}{36} \right]$$

$$82. 1 + \left\{ - \left[\left(\frac{3}{10} - \frac{2}{5}\right)^3 : \left(\frac{3}{10} - \frac{1}{5}\right) \right]^2 \right\}^3 : \left\{ \left[\left(\frac{1}{10} - \frac{1}{5}\right)^2 \right]^1 \right\}^6.$$

$$83. \left[\frac{\left(1 - \frac{1}{3}\right)^{-2}}{\left(1 + \frac{1}{6}\right)^{-2}} - (-4)^{-2} \right] : \left[\frac{\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{4}\right)^{-1}}{\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right)^{-2}} + \frac{\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}}{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^{-2}} \right]. \quad [0]$$

$$84. 2 - \left\{ \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4} - 2\right) : \left(\frac{5}{8}\right)^2 + \left[\frac{1}{5} + \left(\frac{1}{2} - 1\right) \right]^3 \right\}^{-1}. \quad \left[\frac{1829}{952} \right]$$

$$85. \frac{1}{\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^{-2}} - \left[\frac{7}{8} + \frac{1}{5} \left(\frac{3}{2} - 2\right)^{-3} \right]^{-1}. \quad \left[\frac{1469}{1044} \right]$$

$$86. \frac{\frac{4}{5} + 1}{\left(\frac{3}{2} + 1\right)^{-2}} : \left[\frac{\left(\frac{7}{8} - 1\right)^{-2}}{\left(\frac{1}{2} - 1 + \frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}} \right]^{-1}. \quad [-320]$$

$$87. \frac{3}{2} - \left\{ \frac{1}{2} + \left[\frac{\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right)^2}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} + 1\right)^2} \times \frac{\left(\frac{7}{3} + 1\right)^2}{\left[\left(\frac{4}{5} - \frac{1}{2}\right) \times 0.\bar{3}\right]^{-1}} + 1 \right] \right\} \quad \left[-\frac{5}{64} \right]$$

$$88. \frac{1}{4} \times \left[\frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6} \right)^2 : \frac{1}{5} \right] \times \left[\left(\frac{1}{2} + 1 \right) : \left(\frac{2}{4} + \frac{5}{7} \right) \right]^2.$$

$$89. 1 + \left\{ \frac{3}{4} \times \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{4} - 1 \right)^2 : \frac{1}{8} \right]^{-2} \right\}^2. \quad \left[\frac{25}{16} \right]$$

$$90. 0.\bar{7} - \left[\frac{\frac{1}{5}}{\left(\frac{1}{5} - 1\right)^2} : \frac{\frac{3}{5}}{\left(2 : \frac{4}{5}\right)^{-1}} \right]^2.$$

$$91. \left\{ \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right)^2 : \frac{1}{5} \right] : \left(\frac{3}{5} \right)^{-2} \right\} \times \frac{1}{2} + 1. \quad [1.115]$$

$$92. \frac{\left(1 - \frac{1}{2}\right)^3 : \left(1 - \frac{4}{5}\right)^3}{\left(3 - \frac{1}{2}\right)^3} - \left(1 - \frac{1}{5}\right)^2 (5)^2. \quad [-15]$$

$$93. 4 : \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{5}{6} - 1\right)^2 - \frac{\left(\frac{18}{5} + \frac{2}{5} + 1\right)^3 \left(-\frac{4}{5}\right)^3}{(4)^3} + \left(6 + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{3} - 1\right)^3 (-3)^3.$$

$$\left[\frac{1}{2} \right]$$

$$94. \left[1 + \left(2 + \frac{3}{2}\right) : \left(\frac{1}{4} - 4\right) \left(\frac{1}{3} - 1\right) \right] \left[\frac{1}{5} \left(\frac{2}{3} - \frac{6}{5}\right) \left(\frac{7}{8} - 1\right) \right] : \left[\left(\frac{12}{7} - \frac{4}{5}\right) + \frac{7}{8} \right]^2.$$

$$95. \left[1 + \left(1 + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{1}{2} - 3\right) \right] \left[1 - \left(1 + \frac{1}{2}\right)^3 : (4)^3 \right] \left\{ 4 - \left[\left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 (4) + \left(1 + \frac{1}{2}\right)(16) + \right] : \left[\left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(1 + \frac{1}{2}\right)^4 + 16 \right] \right\}. \quad [-1]$$

$$96. \left[\frac{\left(4 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(-3 + \frac{1}{3}\right)}{-2 - \frac{1}{2}} \right]^2 : \frac{3}{-\frac{9}{11} \cdot \left(-\frac{4}{5} + \frac{1}{4}\right)}. \quad \left[\frac{12}{5} \right]$$

$$97. \frac{\left[\left(\frac{14}{5} - \frac{11}{4}\right) - \frac{13}{10} \right]^2 : \left(-\frac{5}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2} - \frac{5}{13} - \frac{3}{26}\right)^4}. \quad [impossibile]$$

$$98. \frac{1 : \left[\frac{2}{3} : \left(-\frac{13}{12} + \frac{1}{4} : \frac{3}{5}\right)^2 - \frac{1}{3} \right]^2 + 1}{\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3} : 2\right)^2 - \frac{1}{7} \right] : \left(-\frac{5}{3}\right)} : \left[-4 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \right] + \frac{1}{3}. \quad [-1]$$

$$99. \frac{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^3 : \left(\frac{5}{12} - \frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right)^3}{\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right)^3}. \quad \left[-\frac{9}{32} \right]$$

$$100. \frac{\left(\frac{10}{26} - \frac{5}{13}\right)^3 : \left(\frac{5}{4} - \frac{9}{10}\right)^3}{\left[\left(1 - \frac{1}{2}\right)^4 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^3 : \right]^5} + \left(-1 - \frac{1}{3}\right)^3. \quad \left[-\frac{64}{27} \right]$$

Rispondere alle seguenti domande e completare ove occorre:

101. Due numeri relativi si dicono *uguali* se e soltanto se

102. Quando due numeri relativi si dicono *concordi* e quando *discordi*?
103. Fornire la definizione di *somma* di due numeri relativi *concordi* e di *somma* di due numeri relativi *discordi*.
104. Siano a e b due numeri relativi, cosa si ottiene sommando ad a l'opposto di b ?
105. Cosa si ottiene sommando ad a il suo opposto ?
106. Fornire la definizione di *prodotto* fra due numeri relativi di segno discorde.
107. Si definisce *inverso* o *reciproco* di un numero razionale quel numero che ha per segno e per valore assoluto

18. I numeri irrazionali e i numeri reali

1. Dimostrare che $3\sqrt{2}, 7\sqrt{2}, 15\sqrt{2}, \dots, m\sqrt{2}$ con m numero razionale diverso da zero, sono irrazionali.
2. Dimostrare che $1 + 2\sqrt{2}, 3 + 4\sqrt{2}, 5 + 10\sqrt{2}, \dots, m + n\sqrt{2}$ con m ed n numeri razionali, purchè n diverso da zero, sono irrazionali.
3. Calcolate, col procedimento noto dalla scuola media, $\sqrt{2}$. Fermatevi quando siete ... stanchi, ricordando che $\sqrt{2}$ è un numero irrazionale.
4. Scrivere un numero irrazionale le cui cifre sono solo 2 e 3.
5. Ordinare in modo crescente i seguenti numeri:

$$0.78, \quad 0.\overline{78}, \quad 0.\overline{788}, \quad 0.77, \quad 0.787787778.$$

6. Scrivere un numero irrazionale compreso tra 0.5 e 1.
7. Quale dei seguenti rappresenta un numero razionale?

$$\sqrt{51}, \quad \sqrt{64}, \quad 1 + \frac{1}{2}\sqrt{2}, \quad \sqrt{324}, \quad \sqrt{7}, \quad 0.5.$$

Giustificare la risposta.

8. Calcolare i primi cinque termini della successioni:

$$(I) \quad \begin{cases} a_0 = 1 \\ a_{n+1} = (4 + 2a_n - 2a_n^2)/(4 - a_n^2) \end{cases} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$(II) \quad \begin{cases} b_0 = 2 \\ b_{n+1} = \frac{b_n}{2} + \frac{1}{b_n} \end{cases} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

verificare che risulta:

$$a_n < \sqrt{2} < b_n.$$

Suggerimento

$$a_0 = 1;$$

$$a_1 = (4 + 2a_0 - 2a_0^2)/(4 - a_0^2) = \frac{4 + 2 - 2}{4 - 1} = \frac{4}{3};$$

$$a_2 = \frac{(4 + 2a_1 - 2a_1^2)}{4 - a_1^2} = \frac{\left(4 + 2 \cdot \frac{4}{3} - 2\left(\frac{4}{3}\right)^2\right)}{4 - \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{\left(4 + \frac{8}{3} - \frac{32}{9}\right)}{4 - \frac{16}{9}} =$$

$$= \frac{36 + 24 - 32}{9} \cdot \frac{9}{20} = \frac{28}{20} = \frac{7}{5}.$$

$$a_3 = \dots\dots\dots$$

Costruire due successioni di numeri razionali approssimanti per eccesso e per difetto i seguenti numeri irrazionali:

9. 2.121221222122221.....

10. -1.303003000300003.....

11. 5.01001000100001.....

12. 4.626226222622226.....

13. 3.41411411141114....

14. 0.91911911191119....

19. Rappresentazione grafica dei numeri reali

Rappresentare graficamente, dandone spiegazione scritta, i seguenti numeri reali:

1. $0.5, 0.55, -\sqrt{2}, -\frac{1}{2}\sqrt{2}, \sqrt{7}, -\sqrt{7}.$

2. $0.88, \frac{17}{2}, \frac{13}{2}, \sqrt{13}, -\sqrt{13}, -\sqrt{\frac{1}{2}}.$

3. $\sqrt{8}, -\frac{25}{2}, -\sqrt{8}, 1+\sqrt{2}, \sqrt{10}, -5.$

4. $-1.\bar{1}, -1-\sqrt{3}, 2+\sqrt{3}, -\frac{3}{5}, -\frac{1}{\sqrt{2}}.$

5. $-1.0\bar{1}, -\frac{4}{5}, -3\sqrt{2}, -\frac{1}{7}, 1-\sqrt{7}, \sqrt{5}.$

20. Riferimento cartesiano nel piano e rappresentazione grafica delle coppie ordinate di numeri reali

In un riferimento cartesiano rappresentare le seguenti coppie di numeri reali:

1. $(3,2); (-1,4); \left(\frac{1}{5}, -2\right); \left(\frac{1}{3}, -5\right).$

2. $(0,0); (-1,1); \left(-2, \frac{1}{5}\right); \left(-0,8, \frac{1}{2}\right).$

3. $(-1,5,0); (0,5); \left(-\frac{4}{5}, 7\right); (0,-3).$

4. $(1, \sqrt{2}); (0, -\sqrt{2}); (4, 1+\sqrt{2}); (-10,0).$

5. $(6,0); (7,1); (-3, \sqrt{13}); (8,-15).$

6. $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right); (-5, -1); (7, -5); \left(4, \frac{5}{8}\right); \left(\sqrt{2}, \frac{1}{3}\right)$.

7. $\left(\frac{1}{5}, \frac{3}{8}\right); (7, -1); (-6, -5); \left(2, \frac{5}{3}\right); \left(\sqrt{7}, \frac{1}{7}\right)$.

8. $\left(\frac{1}{2}, \frac{9}{5}\right); (3, -2); (1, -3); \left(1, \frac{7}{2}\right); \left(\sqrt{3}, \frac{1}{3}\right)$.

9. Determinare le coordinate dei punti indicati in figura:

